

**Verzögerungsglieder
in der Simulationssoftware Vensim**

Peter Milling

Dieser Beitrag kann auch über die WWW-Adresse
<http://iswww.bwl.uni-mannheim.de/lehrstuhl/publikationen/delays.pdf>
im Acrobat-Format .pdf abgerufen werden

Professor Dr. Peter M. Milling
Industrieseminar der Universität Mannheim
D-68131 Mannheim

Tel.: (06 21) 2 92-55 27 / 25 · Fax: (06 21) 2 92-52 59
E-Mail: pmilling@is.bwl.uni-mannheim.de
WWW: <http://iswww.bwl.uni-mannheim.de>

Mannheim 1997

Verzögerungsglieder in der Simulationssoftware Vensim

I. Die Erfassung von Anpassungsprozessen in System-Dynamics-Modellen

In sozialen Systemen führen Aktionen grundsätzlich nicht unmittelbar zu entsprechenden Reaktionen, sondern erfordern eine gewisse Anpassungs- oder Verzögerungszeit, um wirksam zu werden. Dennoch findet sich in betriebswirtschaftlichen Modellen häufig die unrealistische Annahme einer sofortigen Systemantwort, etwa bei Lagerhaltungsmodellen mit der Unterstellung einer unendlichen Produktionsgeschwindigkeit, um Ziel- und Istwerte synchron einander anzugleichen (Abbildung 1a). Dadurch wird der Einfluß der Zeit aus der Untersuchung praktisch ausgeschlossen.

Die mit einer solchen Vorgehensweise verbundene statische oder quasi-statische Betrachtung dynamischer Phänomene führt in die Irre. Für die Entwicklung realitätsadäquater Modelle muß der Zeitfaktor in den Systemvariablen explizit in die Betrachtung einbezogen werden. Zumindest aus der Perspektive des policy-making passen sich soziale Systeme aber auch nicht durch einfaches zeitversetztes Duplizieren der Stör- oder Führungsgröße, wie es in Abbildung 1b dargestellt ist, an Veränderungen an. Solch diskrete Verzögerung, in volkswirtschaftlichen Modellen häufig durch lag-Strukturen abgebildet, ist der kontinuierlichen Simulation wesensfremd.

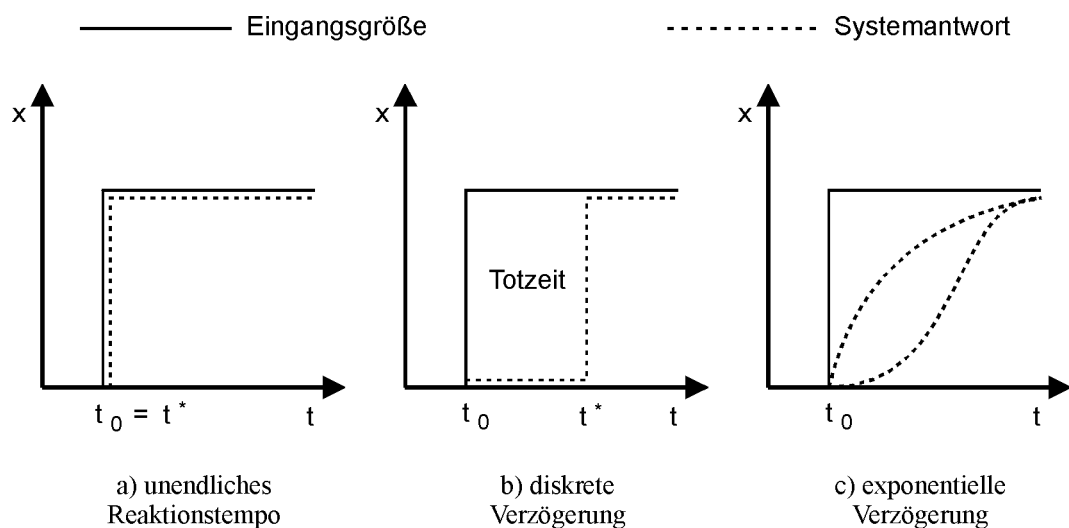


Abb. 1: Anpassungsformen von Systemen

In System-Dynamics-Modellen werden unter dem Postulat der sinnvollen Erfassung tatsächlicher Sachverhalte ganz überwiegend exponentielle Verzögerungsglieder, sog.

exponentielle Delays, verwendet. Abbildung 1c zeigt wie das System auf eine sprungartige Veränderung der Eingangsgröße, z. B. der Solltemperatur, durch graduelle Anpassung der Isttemperatur reagiert. Die folgenden Ausführungen konzentrieren sich auf diese exponentiellen Verzögerungsglieder mit ihrer kontinuierlichen Anpassung, die Möglichkeiten zur Abbildung diskreter Delays werden am Ende des Beitrages dargestellt.

Das durch Verzögerungsglieder abgebildete zeitliche Auseinanderklaffen von Aktion und korrespondierender Systemantwort kompliziert die Systemsteuerung erheblich, da das Erkennen von vermaschten Ursache-Wirkungs-Beziehungen erschwert wird. In Modellen sozialer Systeme müssen die verhaltensrelevanten Verzögerungen erfaßt werden. Nur dynamische Modelle können zu einem verbesserten Verständnis der Systemdynamik führen und damit als Grundlage für eine effektivere Systemsteuerung dienen.

System Dynamics widmet zeitlichen Verzögerungen wegen ihrer Verhaltensrelevanz beim Modellaufbau und bei der Modellanalyse große Aufmerksamkeit¹. In den Vensim-Diagrammen werden sie durch das in Abbildung 2 dargestellte Symbol repräsentiert, dessen Rechteckform darauf zurückzuführen ist, daß sie in ihrer internen Struktur aus einer Abfolge von ein oder mehreren Integrationen (Levels, Stocks) bestehen, die in der Vensim-Konvention durch Rechtecke wiedergegeben werden.² Um zu verdeutlichen, daß es sich hierbei aber nicht um eine einfache Zustandsvariable, sondern eine Makrofunktion mit interner Struktur handelt, wird das Rechteck noch grau unterlegt oder mit fetterem Rahmen versehen.

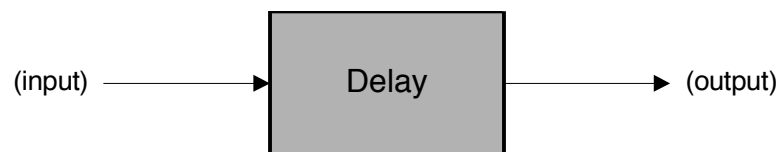


Abb. 2: Graphische Darstellung von Delays in Vensim-Diagrammen

Das Zeitverhalten der Delays, d. h. die Art der Transformation der Eingangsgrößen in die korrespondierenden Ausgangsgrößen, wird von der Delaystruktur und der Verzögerungszeit – in mathematischer Terminologie ist das die Zeitkonstante – bestimmt.

II. Struktur von Delays

Die in System Dynamics verwendeten und von der Simulationssoftware Vensim zur Verfügung gestellten Delayfunktionen sind in struktureller Art zweifach zu unterscheiden:

¹ Grundlegende System-Dynamics-Kenntnisse werden im folgenden unterstellt. Einen Überblick über Konzeption und Anwendungsmöglichkeiten des Ansatzes finden sich bei Peter Milling: Leitmotive des System-Dynamics-Ansatzes, in: Wirtschaftswissenschaftliches Studium (WiSt), 13. Jg. (1984), S. 507–513; derselbe: Produktqualität und Produktwachstum, in: Wirtschaftswissenschaftliches Studium (WiSt), 13. Jg. (1984), S. 537–543.

² Zur Simulationssoftware Vensim siehe Ventana Systems, Inc.: Vensim 3.0, 3 Bände, Harvard MA 1997.

- (1) Nach dem Ordnungsgrad, d. h. nach der Anzahl von Integrationen (Levels, Stocks), in Delays erster Ordnung und Delays höherer, insbesondere dritter Ordnung.
- (2) Nach der Art der Behandlung der im Delay befindlichen Einheiten in Material- und Informationsdelays. Analoge Bezeichnungen für diese beiden Delaytypen lauten konservative und nicht-konservative Delays.

Aus diesen Unterscheidungen ergeben sich gewichtige Konsequenzen hinsichtlich der Verwendung und der damit erzeugten Dynamik. Ordnungsgrad und Delaytyp bilden zusammen mit der Dauer der Verzögerungszeit die Parameter, die bei der Modellbildung zu beachten sind.

1. Ordnungsgrad

Delays erster Ordnung bestehen in ihrer internen Struktur aus nur einer Levelvariablen, bzw. – in mathematischer Terminologie – aus einer Integration, die in den von der Rate kontrollierten Fuß eingefügt ist und durch die Kumulation den Prozeß verzögert. Delays höherer Ordnung bestehen entsprechend aus mehreren solchen, in Reihenschaltung angeordneten Akkumulationen (Abbildung 3)

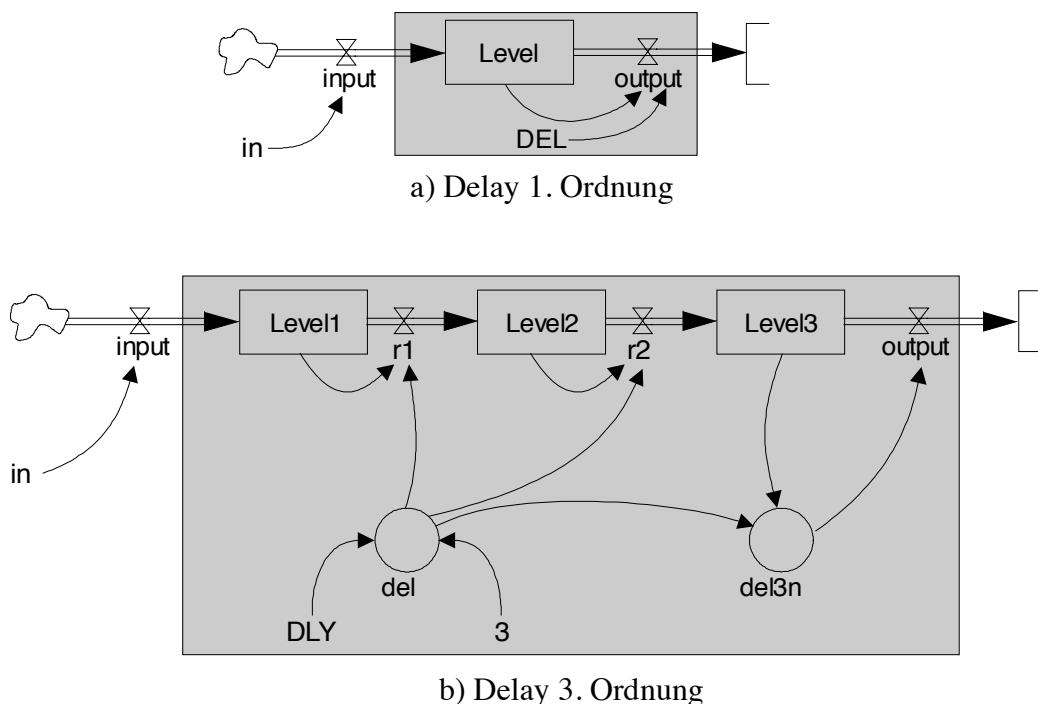


Abb. 3: Beispiele für Delays erster und dritter Ordnung

In Abbildung 3a zeigt der grau unterlegte Teil die Elemente eines Delay erster Ordnung. Auf eine Veränderung der Eingangsgröße erfolgt eine schnelle, abrupte Reaktion des Outputs, da der Level unmittelbar von der Eingangsrate beeinflusst wird. Delays dritter Ordnung hingegen sind aus mehreren Integrationen, aus kaskadenartig angeordneten Delays erster Ordnung, zusammengesetzt: Die Ausgangsgröße des ersten Levels bildet die Ein-

gangsgröße des zweiten Levels etc. (Abbildung 3b). Das damit erzeugte Zeitverhalten ist stärker „geglättet“ als das eines Delays erster Ordnung.

Welcher Ordnungsgrad von Delays im Modell verwendet wird, hängt von den Verhaltensformen der jeweils abzubildenden realen Situation ab. Schnelle, unmittelbare Reaktionen werden häufig adäquat durch Delays erster Ordnung abgebildet, Verzögerungen mit anfänglich keiner erkennbaren Reaktion besser durch Delays dritter Ordnung. Die Analyse komplexer Systeme zeigt jedoch auch, daß ihr Systemverhalten von der Wahl des jeweiligen Ordnungsgrades nur selten maßgeblich beeinflusst wird. Bei einfacheren Systemen aber – oder wenn der Delay an einer sensitiven Stelle eingebaut ist – kann die Wahl des Typs auf die Stabilität des Verhaltens deutlichen Einfluß ausüben.

2. Material- und Informationsdelays

Materialdelays werden in System-Dynamics-Modellen verwendet, um den Fluß physischer, materieller Größen zu verzögern. Sie repräsentieren z. B. den Durchlauf von Erzeugnissen durch den Produktionsprozeß, die Verzögerung, die zwischen dem Absenden von Briefen und dem Empfang bei den Adressaten vergeht etc. Informationsdelays hingegen „glätten“ den immateriellen Fluß der abstrakten Größe „Information“.

Da die Strukturen, die beiden Delaytypen zugrunde liegen, unterschiedlich sind, ist zwischen der Verzögerung des Flusses spezifischer physischer Größen und der Verzögerung oder Glättung von Informationsflüssen eine klare konzeptionelle Trennung vorzunehmen. Zwar ist bei konstanter Verzögerungszeit das Verhalten von Material- und Informationsdelays identisch, bei variabler Verzögerungszeit jedoch unterscheiden sie sich nicht nur in ihrer Konzeption, sondern auch in ihrer Dynamik.

a) *Konservative Delays*

In einem Materialdelay bleiben alle Einheiten, die durch das Verzögerungsglied laufen, erhalten – nichts wird hinzugefügt, nichts geht verloren. Zur Kennzeichnung dieser Eigenschaft wird auch die Bezeichnung konservativer Delay („conservative delay“) verwendet. Bei konstanter Eingangsgröße aber veränderter Verzögerungszeit muß sich die Ausgangsgröße des Delays neuen Parameterkonstellationen anpassen. Dies erfordert eine Übergangsperiode, damit die Variablen ihre neuen Gleichgewichtswerte erreichen können.

Die Struktur eines Materialdelays erster Ordnung, wie oben in Abbildung 3a dargestellt, veranschaulicht mit den korrespondierenden Gleichungen diese Zusammenhänge:

$$\text{Level} = \int_0^t (\text{input} - \text{output}) dt \quad (1)$$

$$\text{output} = \text{Level} / \text{DEL} \quad (2)$$

Zum Beispiel kann in dem Fluß zwischen Produktionsaufträgen und Fertigwarenlager ein solcher Delay die eigentliche Fertigung abbilden, die die Produktionsaufträge um eine bestimmte Zeit – die Durchlaufzeit – verzögert. Im Gleichgewicht, auch die Bezeichnun-

gen Beharrungszustand oder stationärer Zustand werden hierfür verwendet, ist der Wert der Produktionsaufträge gleich den fertiggestellten Produkten, d. h. es gilt $dLevel/dt = 0$, was für

$$input = output$$

erreicht ist. Unter Berücksichtigung von (2) ergibt sich der Gleichgewichtswert des Levels aus dem Produkt von Verzögerungszeit und Input- bzw. Outputrate.

$$\begin{aligned} input &= \frac{Level}{DEL} \\ Level &= input \cdot DEL \end{aligned} \quad (3)$$

Variiert die Verzögerungszeit DEL (wird sie z. B. um 50% reduziert), muß bei konstantem Input der Inhalt des Levels ebenfalls verringert werden. Dies bedingt eine temporär ansteigende Outputrate gemäß (2).

Ein Beispiel soll das Konzept des (konservativen) Materialdelays verdeutlichen: Bei einem Prozeß mit kontinuierlicher Beschickung und mit im Zeitablauf konstantem Input kann durch eine Innovation die Durchlaufzeit schlagartig um $c\%$ verkürzt werden. Bei weiterhin gleichbleibendem Input verringert sich dadurch die jeweils im Prozeß befindliche Gütermenge. Um den neuen Wert zu erreichen, muß die Outputrate temporär ansteigen, bis die im Prozeß befindlichen Produkte ihren Gleichgewichtswert nach (3) von $input \cdot durchlaufzeit$ gefunden haben. Belaufen sich die Produktionsaufträge auf z. B. 1000 Stück/Tag und betrage die Durchlaufzeit 3 Tage, so finden sich ständig 3000 Stück in Bearbeitung; werden nur noch $1\frac{1}{2}$ Tage für die Fertigung benötigt, reduziert sich die Anzahl der Produkte in Bearbeitung auf 1500 Stück. Alle in den Prozeß eingebrachten Faktoren müssen diesen auch wieder als Output verlassen; daher die Bezeichnung „konservativer Delay“.

b) Nicht-konservative Delays

Bei der Verzögerung und der damit verbundenen Glättung eines konstanten Informationsflusses sollte der Output hingegen nicht variieren, nur weil die Verzögerungszeit sich ändert. Beträgt z. B. der Monatsumsatz einer Unternehmung konstant DM 100.000.-, dann soll sich der durchschnittliche, geglättete Umsatzwert nicht ändern, wenn er als Durchschnitt über den Zeitraum eines Jahres, sechs Monaten, eines Quartals etc. ermittelt wird. Um dies zu gewährleisten, unterliegt dem Informationsdelay erster Ordnung eine Struktur, die dem exponential smoothing entspricht – Vensim verwendet deswegen auch die Bezeichnung SMOOTH für eine solche Funktion:

$$Sinfo = \int_0^t (srate) dt \quad (4)$$

$$srate = \frac{info - Sinfo}{GZ} \quad (5)$$

Wird (5) in (4) eingesetzt, ergibt sich

$$Sinfo = \int_0^t \left(\frac{info - Sinfo}{GZ} \right) dt \quad (4a)$$

Abbildung 4 zeigt den Strukturgraphen für eine Informationsverzögerung, bzw. Informationsglättung, erster Ordnung. Bei Informationsdelays ist das erste Glied der Makrofunktion eine Rate, während bei Materialdelays der Input zunächst in einen Level fließt. Informationsdelays höherer Ordnung setzen sich analog zu Abbildung 3 aus mehreren kaskadenförmig angeordneten Gliedern erster Ordnung zusammen.

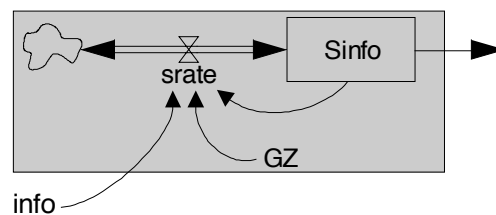


Abb. 4: Informationsdelay erster Ordnung

Im Gleichgewicht $info = Sinfo$ kann die Glättungszeit GZ variieren, ohne den Wert des Levels – also die linke Seite der Gleichung (4a) – zu beeinflussen. Für das Verständnis der unterschiedlichen Arbeitsweisen von konservativen bzw. nicht-konservativen Delays ist es hilfreich, zu beachten, daß im ersten Fall der Output des Delay die Rate ist, während im zweiten Fall der Level selbst den Ausgangswert bildet.

3. Exponentielle Delay-Funktionen in Vensim

Vensim verfügt über folgende „eingebaute“ Delayfunktionen für kontinuierliche Verzögerungsglieder:

1. Materialdelays

erster Ordnung	out = DELAY1(input, delay time) out = DELAY1I(input, delay time, initial value)
dritter Ordnung	out = DELAY3(input, delay time) out = DELAY3I(input, delay time, initial value) out = DELAYP(input, delay time:pipline)

2. Informationsdelays

erster Ordnung	out = SMOOTH(input, delay time) out = SMOOTHI(input, delay time, initial value)
dritter Ordnung	out = SMOOTH3(input, delay time) out = SMOOTH3I(input, delay time, initial value)

Die Funktionen DELAY1, DELAY3, DELAY3P, SMOOTH und SMOOTH3 generieren automatisch die Anfangswerte ihrer internen Levels so, daß der Delay jeweils zum Zeitpunkt $t = 0$ im Gleichgewicht ist (input = output). Erfordert es ein Modell, einen selbstbestimmten Anfangswert vorzugeben – z. B. um das Modell für verschiedene Parameterkonstellationen von gleichen Anfangswerten aus zu starten – dann kann der Benutzer die Funktionen DELAY1I, DELAY3I, SMOOTHI und SMOOTH3I verwenden. Die Funktion DELAY3P erlaubt, durch das zusätzliche Argument nach dem Doppelpunkt, auf den Inhalt in den einzelnen Segmenten des Verzögerungsglieds – z. B. auf Produkte in Bearbeitung – zuzugreifen.

Der Wert für das Lösungsintervall *TIME_STEP* der Vensim-Modelle wird auch vom Ordnungsgrad der (exponentiellen) Delays und der zugehörigen Zeitkonstanten bestimmt. Bei Verwendung des in Vensim optional verfügbaren Runge-Kutta-Algorithmus für die Integration wird der Wert von *TIME_STEP* entsprechend dem vorgegebenen absoluten und relativen Fehler automatisch gewählt.

Bei Einsatz des standardmäßigen Euler-Integrationsverfahrens ist ein Kompromiß zu finden zwischen numerischer Genauigkeit und erforderlicher Rechenzeit – ein Kompromiß, der allerdings nur bei rechenintensiven Modellen relevant wird. Als Faustregel für die Bestimmung eines hinreichend kleinen, d.h. genauen Wertes von *TIME_STEP* gilt

$$TIME_STEP \leq \min_i \frac{T_i}{2 \cdot N_i}$$

wobei T_i die Verzögerungszeit (Zeitkonstante) und N_i den Ordnungsgrad des i -ten Delays repräsentiert. So errechnet sich beispielsweise für einen einzelnen ($i = 1$) Delay 3. Ordnung ($N = 3$) mit einer Verzögerungszeit von 6 Zeiteinheiten ($T = 6$) ein *TIME_STEP* = 1. Für diesen Wert kann erwartet werden, daß der Approximationsfehler der Euler-Integration das Systemverhalten nicht beeinflußt.

Die Formel zur Ermittlung von *TIME_STEP* ergibt nur Anhaltswerte. Allgemein gilt, daß *TIME_STEP* nach der Faustregel zweckmäßig abgeleitet wurde, wenn eine versuchsweise vorgenommene weitere Verringerung des Lösungsintervalls keine Verhaltensänderung bewirkt. Es sei nachdrücklich betont, daß *TIME_STEP* eine allein aus rechentechnischen Gründen eingeführte Größe ist. Sie ist der einzige Parameter in System-Dynamics-Modellen, der kein Gegenstück in der Realität aufweist.

III. Zeitverhalten von Delays

Bei den diskutierten Delayfunktionen handelt es sich um lineare Systeme, eine analytische Ableitung des Zeitverhaltens ist mathematisch mit vertretbarem Aufwand durchzuführen³. Dennoch soll hier darauf verzichtet werden und ausschließlich eine schaubildliche Darstellung erfolgen.

³ Für einen Überblick über die Darstellung einfacher Systemstrukturen durch Differentialgleichungen und deren Lösung siehe Peter Milling: First Order Systems and S-shaped Growth, in: Unterlagen des NATO Advanced Studies Institute, Hannover 1972.

1. Testfunktionen und Vensim-Programm

Die Delays werden mit den automatisch generierten Gleichgewichtszuständen ($dL_i/dt = 0$) gestartet, und es wird untersucht, wie sich die Ausgangsgrößen der verschiedenen Delaytypen verhalten, wenn die Eingangsgrößen modifiziert werden. Dazu finden die folgenden Zeitfunktionen als Testinputs Verwendung⁴:

- | | |
|-----------------------------------|----------|
| (a) Sprungfunktion | (STEP) |
| (b) Stoß- oder Impulsfunktion | (PULSE) |
| (c) Anstiegs- oder Rampenfunktion | (RAMP) |
| (d) Sinusschwingung | (SIN) |
| (e) Rauschsignal | (RANDOM) |

Abbildung 5 zeigt ein Vensim-Strukturdiagramm, zur Darstellung des Verhaltens von Delays. Die Parameter A, B, C, D und E werden dabei wahlweise auf 0 oder 1 geschaltet, um die gewünschten Testinput-Funktionen zu aktivieren.

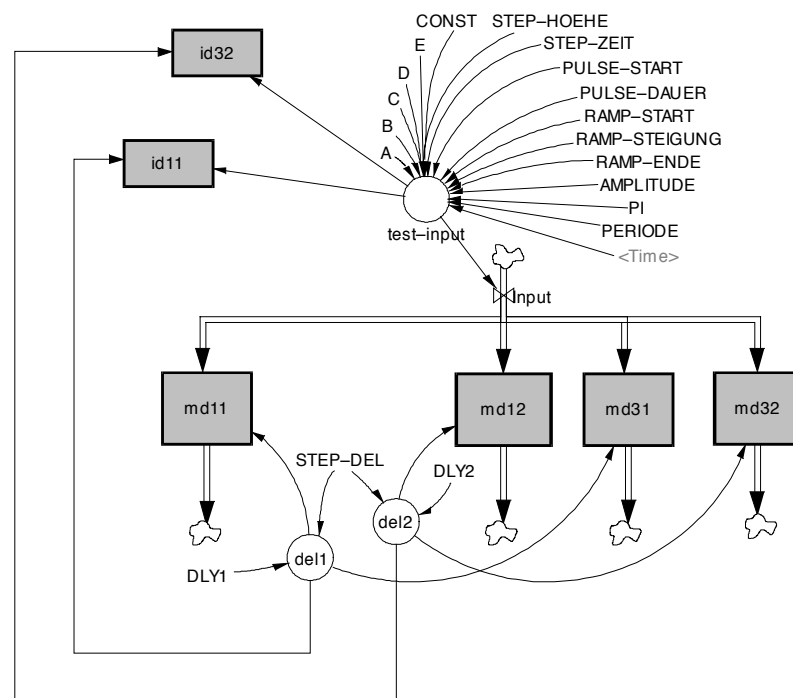


Abb. 5: Struktur des Testprogramms

Das Gleichungen und Definitionen des dazugehörige Vensim-Programm zur Erzeugung der Testinputs und der Systemantworten sind in Abbildung 6 wiedergegeben.

⁴ Eine ingenieurwissenschaftliche Diskussion dieser Testfunktionen findet sich u. a. bei Winfried Oppelt: Kleines Handbuch technischer Regelvorgänge, 5. neubearbeitete und erweiterte Auflage, Weinheim/Bergstraße 1972, S. 47ff.

{Materialdelays}	
md11 = DELAY1(input,del1)	~ Materialdelay 1. Ordnung mit kurzer Verzögerung
md12 = DELAY1(input,del2)	~ Materialdelay 1. Ordnung mit langer Verzögerung
md31 = DELAY3(input,del1)	~ Materialdelay 3. Ordnung mit kurzer Verzögerung
md32 = DELAYP(input,del2:inhalt)	~ Materialdelay 3. Ordnung mit langer Verzögerung
{Informationsdelays}	
id11 = SMOOTH(test-input,del1)	~ Informationsdelay 1. Ordnung
id32 = SMOOTH3(test-input,del2)	~ Informationsdelay 3. Ordnung
{Verzögerungszeiten}	
del1 = DLY1-STEP(DLY1/2,STEP-DEL)	~ kurze Verzögerungszeit (variierend)
del2 = DLY2-STEP(DLY2/2,STEP-DEL)	~ lange Verzögerungszeit (variierend)
DLY1 = 6	~ kurze Verzögerungszeit
DLY2 = 20	~ lange Verzögerungszeit
STEP-DEL = 100	~ Zeitpunkt für Veränderung der Verzögerungszeit
{Testfunktionen und -parameter}	
input = test-input	~ Input
test-input = CONST	
+A*STEP(STEP-HOEHE,STEP-ZEIT)	
+B*10*PULSE(PULSE-START,PULSE-DAUER)	
+C*RAMP(RAMP-STEIGUNG,RAMP-START,RAMP-ENDE)	
+D*AMPLITUDE*SIN(2*PI*Time/PERIODE)	
+E*(RANDOM_0_1()-0.5)	~ Input für alle Delay-Funktionen
CONST = 0	~ Konstante Eingangsgröße
A = 1	~ Schalter für STEP-Funktion
B = 0	~ Schalter für PULSE-Funktion
C = 0	~ Schalter für RAMP-Funktion
D = 0	~ Schalter für SIN-Funktion
E = 0	~ Schalter für RANDOM-Funktion
STEP-HOEHE = 1	~ Höhe der STEP-Funktion
STEP-ZEIT = 10	~ Beginn der STEP-Funktion
PULSE-DAUER = 1	~ Länge der PULSE-Funktion
PULSE-START = 10	~ Beginn der PULSE-Funktion
RAMP-ENDE = 100	~ Ende der RAMP-Steigung
RAMP-START = 10	~ Beginn der RAMP-Steigung
RAMP-STEIGUNG = 0.05	~ Steigungsmaß der RAMP-Funktion
AMPLITUDE = 1	~ Amplitude der SIN-Funktion
PERIODE = 25	~ Periodenlänge der SIN-Funktion
PI = 3.1416	~ Wert von π
{Laufanweisungen}	
FINAL_TIME = 50	~ Simulationsdauer
INITIAL_TIME = 0	~ Beginn der Simulation
TIME_STEP = 1	~ Schrittweite der Simulation

Abb. 6: Gleichungen für das Testprogramm

Beim Einsatz der Testfunktionen bleiben die Verzögerungszeiten zunächst konstant; Material- und Informationsdelays weisen dann identisches Zeitverhalten auf. Im letzten Lauf des Modells (Abbildung 15) werden bei konstanter Eingangsgröße die Verzögerungszeiten reduziert, um die unterschiedlichen Reaktionen der beiden Delaytypen zu illustrieren.

2. Verhalten bei Störgrößenaufschaltung und konstanter Verzögerungszeit

a) Sprungfunktion

Die Anpassungsformen der verschiedenen Delayfunktionen an einen stufenförmigen Verlauf der Eingangsgröße zeigt Abbildung 7; zum Zeitpunkt $t = 10$ – genauer: im Intervall zwischen $t = 9$ und $t = 10$, das ja über die Wahl des Lösungsintervalls Δt bzw. $TIME_STEP$ beliebig klein definiert werden kann – springt die Stufenfunktion vom Wert 0 auf den neuen Wert 1.

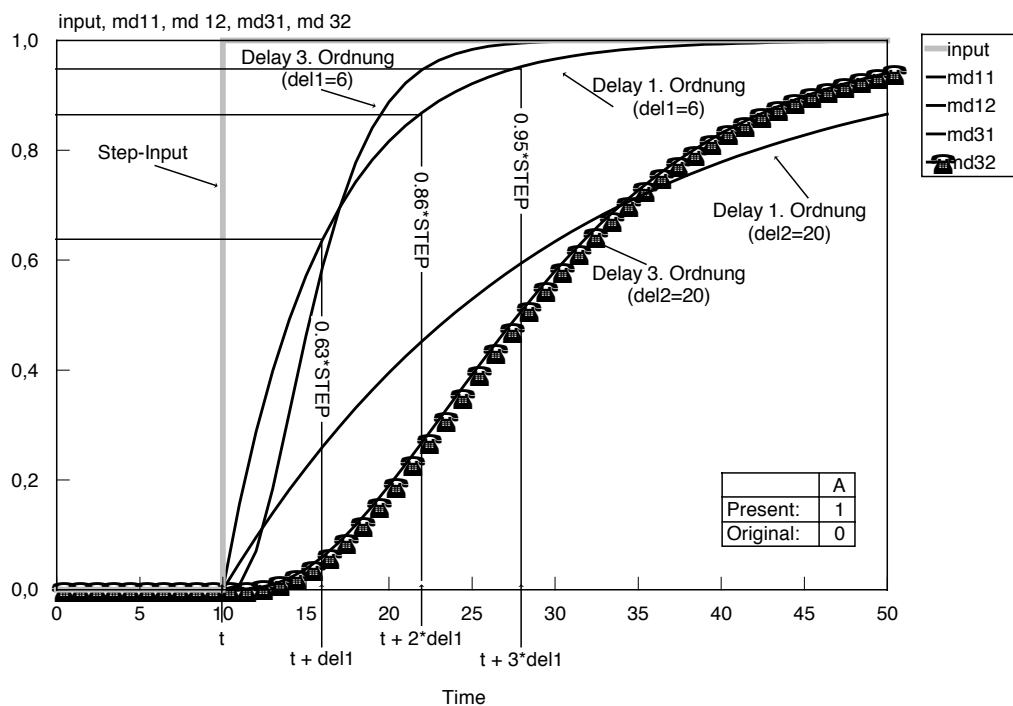


Abb. 7: Anpassung von Delays an einen Sprung der Eingangsgröße

Die Ausgangsgrößen der Delays erster Ordnung reagieren auf die Veränderung des Inputs sofort und nähern sich ihrem neuen Gleichgewichtswert asymptotisch an. Nach Ablauf einer Verzögerungszeit haben Delays erster Ordnung etwa 63 % des neuen Gleichgewichtswertes erreicht, nach Ablauf von zwei Zeitkonstanten sind es ca. 86 %, nach drei Zeitkonstanten ca. 95 % etc. Wegen des generellen Mangels an „harten“ Daten in sozialen Systemen gilt als grobe Regel, daß bei einem Delay erster Ordnung nach Ablauf von etwa drei Zeitkonstanten das System seinen Gleichgewichtswert erreicht hat; die zu dem Zeitpunkt dann noch verbleibende Differenz von knapp 5 % erscheint häufig wegen der Ungenauigkeit der Ausgangsdaten vernachlässigbar.

Delays dritter Ordnung reagieren nicht sofort, sondern weisen eine Reaktionszeit auf und nähern sich dem Gleichgewichtswert in Form einer S-förmigen Kurve an. Der Wendepunkt liegt bei $2/3$ der Zeitkonstanten.

Das Zeitverhalten von Materialdelays und Informationsdelays ist identisch. Bei entsprechender Parametrisierung – gleicher Ordnungsgrad, gleiche Verzögerungszeit – sind die Kurven deckungsgleich.

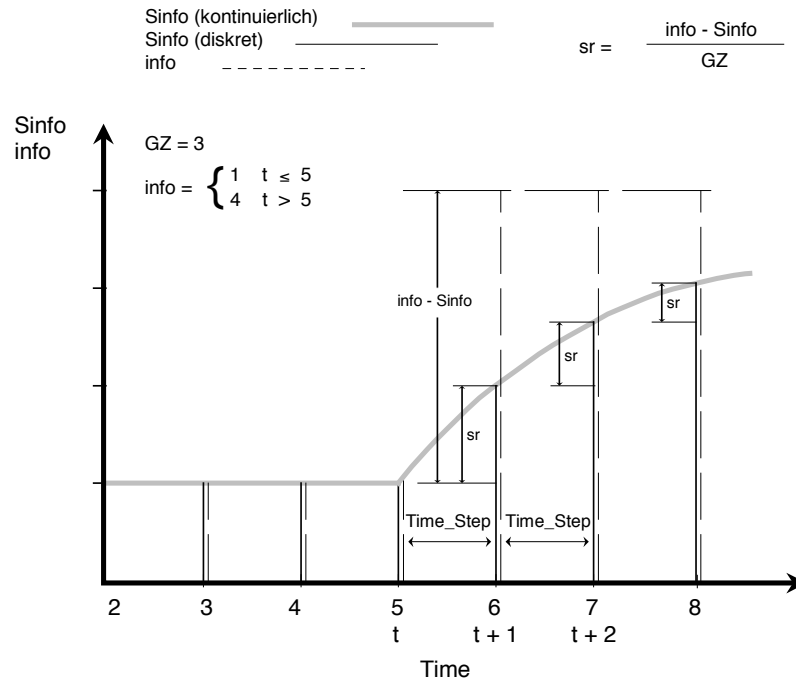


Abb. 8: Arbeitsweise der exponentiellen Glättung erster Ordnung von Informationsflüssen

Zur Verdeutlichung der Arbeitsweise exponentieller Verzögerungsglieder soll die Reaktion von SMOOTH auf einen STEP-Input noch anhand einer Graphik diskutiert werden. Die Art, wie hier die Anpassung ermittelt wird, unterscheidet sich von DELAY1, das Ergebnis ist jedoch identisch. Unter Verwendung der Notation der Gleichungen (4), (5) wird von einem Gleichgewichtszustand $\text{info} = \text{Sinfo}$ ausgegangen, d. h. $sr = 0$; die Glättungszeit GZ betrage konstant drei Zeiteinheiten. Der Prozeß der Systemanpassung an einen STEP-Input in info mit einer Höhe von drei Einheiten zur Zeit $t = 5$ ist in Abbildung 8 dargestellt.

b) Stoß- oder Impulsfunktion

Für den Fall einer Stoßfunktion reagieren exponentielle Delays erster Ordnung in der Periode unmittelbar nach Eintreten des Impulses mit einer Ausgangsgröße in Höhe von PULSE/DEL . Für DELAY1 mit der Verzögerungszeit $\text{DEL}1$ ergibt sich $10/6 = 1,66$. Von diesem Wert an „zerfällt“ der Inhalt des Delays exponentiell gemäß

$$x(t) = \frac{\text{PULSE}}{\text{DEL}} \cdot e^{-\frac{t}{\text{DEL}}}.$$

Bei einem infinitesimal kleinen Lösungsintervall Δt bzw. TIME_STEP würde keine Verzögerung zwischen Input und der Systemantwort nach dieser Gleichung auftreten. Die

in Abbildung 9 zu beobachtende Verschiebung der Reaktion um eine Rechenperiode resultiert aus dem Integrationsfehler der digitalen Simulation, sie kann aber, durch entsprechende Wahl der Größe von *TIME_STEP* bzw. Definition des zulässigen Fehlers im Runge-Kutta-Algorithmus, entsprechend reduziert werden.

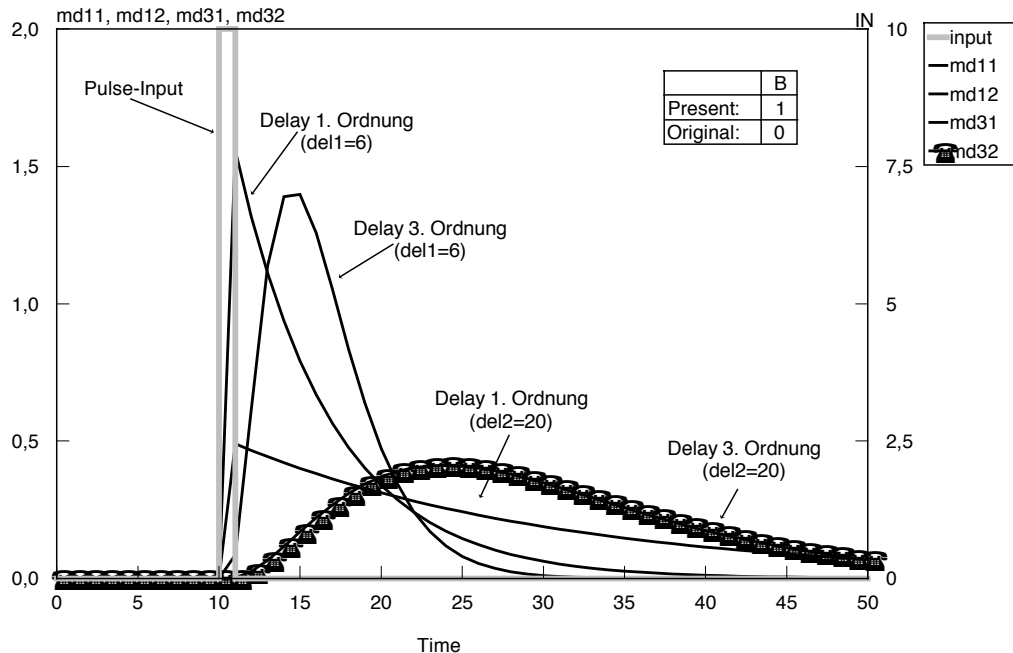


Abb. 9: Anpassung an eine Impuls- oder Stoßfunktion

Dem Verhalten beim Step-Input analog sind aus dem System nach Ablauf einer Zeitkonstanten 63 % des über den Impuls zugeführten Wertes entfernt, nach zwei Zeitkonstanten ca. 86 % etc. Delays dritter Ordnung erreichen den maximalen Wert ihrer Ausgangsgröße nach 2/3 der Zeitkonstanten. Generell gilt, daß eine Erhöhung des Ordnungsgrades des Delays zu einer zeitversetzten und mehr die Form der Normalverteilung annehmenden Reaktion führt. Je länger die Verzögerungszeit ist, desto geringer reagiert generell das System.

c) Anstiegs- oder Rampenfunktion

Bei der Anstiegs- oder Rampenfunktion (Abbildung 10) unterscheiden sich die Delays der verschiedenen Ordnungsgrade nur durch die Länge der Reaktionszeit, die zwischen der Veränderung der Eingangsgröße und der entsprechenden Reaktion der Ausgangsgröße anfällt. Wie zu erwarten, ist für Delays dritter Ordnung diese Reaktionszeit länger. Nach einer Übergangsperiode - sie währt um so länger, je höher die Verzögerungszeit ist - laufen die Ausgangsgrößen der Delays um die Verzögerungszeit verschoben parallel zu der Kurve der Eingangsgröße.

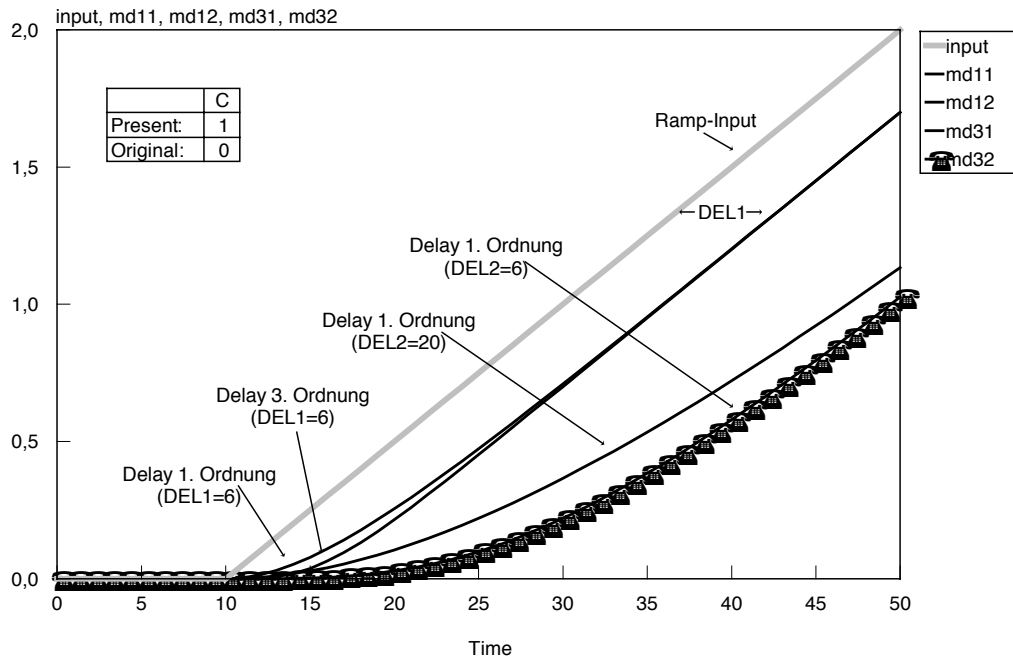


Abb. 10: Anpassung an eine Anstiegs- oder Rampenfunktion

d) Sinusschwingung

Wird die Zeit t als unabhängige Variable betrachtet, so lautet die Gleichung für eine Sinuskurve $y(t) = a \cdot \sin(\Omega t + \delta)$, wobei der Koeffizient a die Amplitude, d. h. den Scheitelwert des Größtausschlages, und das Argument δ die Phasenverschiebung angibt. Da für $\Omega t = 2\pi$ eine ganze Schwingung durchlaufen wird, errechnet sich die Schwingungsdauer (Periode) als $P = \frac{2\pi}{\Omega}$; der reziproke Wert $f = \frac{1}{P} = \frac{\Omega}{2\pi}$ definiert die Frequenz, d. h. die

Anzahl der Schwingungen pro Zeiteinheit. Die sog. Kreisfrequenz $\Omega = \frac{2\pi}{P} = 2 \cdot \pi \cdot f$ gibt die Anzahl Schwingungen in 2π Zeiteinheiten an. Je größer Ω , desto kleiner ist P und vice versa.

Abbildung 11 zeigt die Reaktion der verschiedenen Delay-Funktionen auf einen Sinus-Input mit einer Periode von 25 Zeiteinheiten und der Amplitude von $a = 1$. Charakteristische Größen sind hier die Phasenverschiebung und das Amplitudenverhältnis, das ist der Quotient aus den Scheitelwerten von Ausgangsgröße (= Systemantwort) und Eingangsgröße (= Systeminput).

Phasenverschiebung und Amplitudenverhältnis – auch die Bezeichnungen Phasengang und Amplitudengang werden verwendet – lassen sich direkt in Diagrammform darstellen (Abbildung 12). Die unabhängige Variable ist für beide Diagramme der Quotient aus Verzögerungszeit und Periode der Schwingungen, z. B. $\text{DEL1}/\text{PERIOD} = 6/25 = 0,24$. Für einen Delay erster Ordnung ergibt sich dann ein Amplitudenverhältnis von 0,55, für einen Delay dritter Ordnung ein entsprechender Wert von 0,71. Die genauen Zahlen errechnen

sich durch Einsetzen der entsprechenden Parameter in die im Schaubild 12 oben angegebenen Gleichungen für Systeme erster bzw. dritter Ordnung.

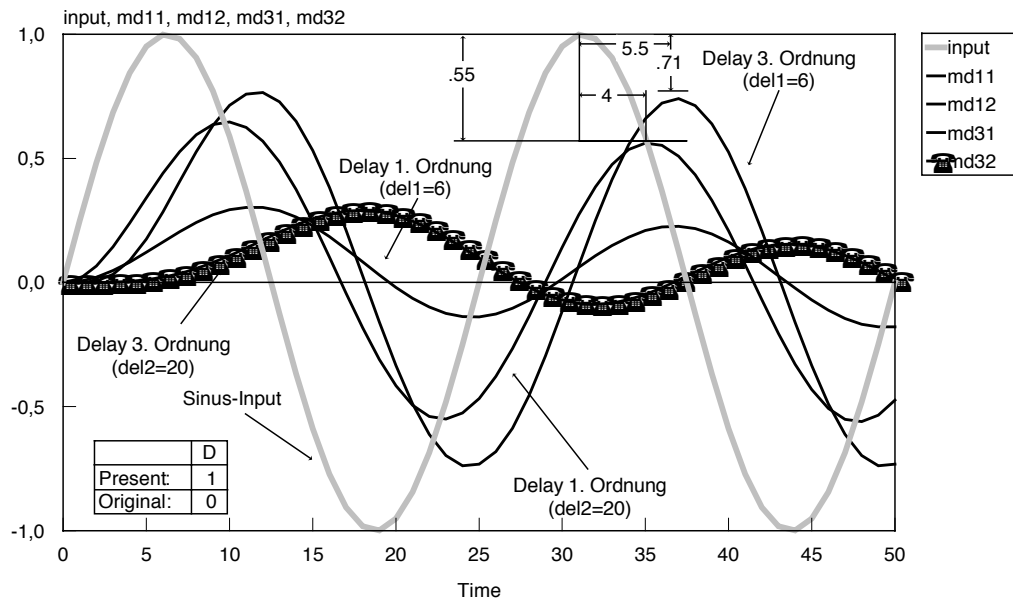
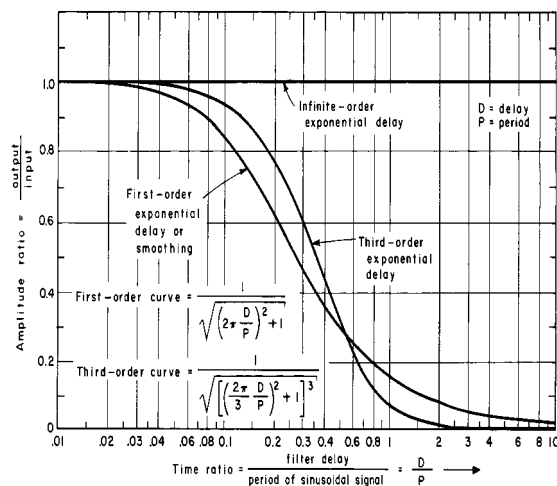


Abb. 11: Reaktion auf eine Sinusschwingung (graphische Darstellung)

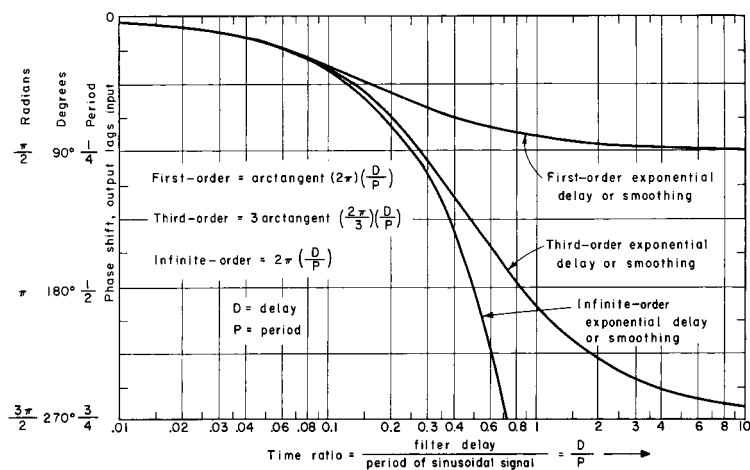
Die Phasenverschiebung lässt sich aus Abbildung 12 unten als Vielfaches der Periode P ermitteln. Für den Quotienten Delay/Period = 0,24 betragen die entsprechenden Werte 4 Zeiteinheiten ($0,16 \cdot \text{PERIOD}$ ist der exakte Wert der Kurve), bzw. 5,5 Zeiteinheiten (exakt: $0,22 \cdot \text{PERIOD}$)⁵. Für den Delay erster Ordnung nähert sich die Phasenverschiebung δ asymptotisch dem Wert $\pi = \frac{1}{4} \cdot \text{PERIOD}$, für einen Delay dritter Ordnung ($N = 3$) beträgt der Grenzwert $3\pi = \frac{3}{4} \cdot \text{PERIOD}$.

Die in Abb. 12 wiedergegebenen Zusammenhänge gelten nur für den Bereich der Dauerschwingung, nachdem alle Störeinflüsse des Übergangsverhaltens abgeklungen sind. Tendenziell vergrößert sich der Übergangsbereich mit anwachsender Verzögerungszeit des Delays. Ebenfalls gilt: *Je länger die Verzögerungszeit, desto größer ist die Phasenverschiebung und desto kleiner das Amplitudenverhältnis*. Bei gleicher Verzögerungszeit nimmt die Phasenverschiebung mit dem Ordnungsgrad des Delays zu. Für den Amplitudenverlauf ist eine solche allgemeine Aussage nicht möglich, da sich die Kurven der Amplitudenverhältnisse schneiden; die Beziehung zwischen Ordnungsgrad und Amplitudenverhältnis hängt hier vom Quotienten aus Verzögerungszeit und Periode der Eingangsschwingung ab.

⁵ Die Phasenverschiebung nach den in Abbildung 12 unten angegebenen Formeln ist in Radianen definiert. Um den Wert als Vielfaches der Periode zu erhalten, ist das Formelergebnis durch 2π zu dividieren. Die numerischen Werte 0,16 bzw. 0,22 ergeben sich aus den Quotienten $2,5/16$ bzw. $3,5/16$, d.h. aus Bruchteilen der Periode gemäß der am weitesten rechts stehenden Ordinatenkala.



Ratio of output amplitude to input amplitude versus ratio of delay time to input period



Phase shift of exponential filter versus ratio of delay period

Abb. 12: Amplitudengang und Phasengang⁶

Da es sich bei allen hier diskutierten Delays um lineare Systeme handelt, durchläuft die Eingangsschwingung die Systeme nur mit Phasenverschiebung und einem Amplitudenverhältnis von kleiner als eins, ihre *Periode bzw. Frequenz* hingegen bleiben durch den Input *unbeeinflusst*.

Die allgemeine Ableitung von Phasenverschiebung und Amplitudenverhältnis kann an der tabellarischen Auflistung der Zeitreihen für den graphisch bereits dargestellten Sinus-

⁶ Entnommen aus Jay W. Forrester: Industrial Dynamics, Cambridge, MA 1961, S. 417. Für Einzelheiten zu dieser Darstellungsform siehe z. B. Winfried Oppelt: Kleines Handbuch technischer Regelvorgänge, S. 138ff.

Input nachvollzogen und exemplarisch überprüft werden. Die jeweilig relevanten Zeitpunkte und Werte sind in Abbildung 13 grau hinterlegt.

TIME	30,00	30,25	30,75	30,75	31,00	31,25
IN	0,95106	0,96859	0,98229	0,99212	0,99803	1,00000
M11	0,15127	0,18428	0,21659	0,24805	0,27855	0,30797
M31	-0,09998	-0,05545	-0,01069	0,03411	0,07878	0,12313
TIME	31,50	31,75	32,00	32,25	32,50	32,75
IN	0,99803	0,99210	0,98228	0,96858	0,95105	0,92977
M11	0,33618	0,36308	0,38857	0,41253	0,43487	0,45552
M31	0,16700	0,21021	0,25259	0,29398	0,33420	0,37311
TIME	33,00	33,25	33,50	33,75	34,00	34,25
IN	0,90482	0,87630	0,84432	0,80901	0,77050	0,72896
M11	0,47437	0,49136	0,50643	0,51950	0,53054	0,53949
M31	0,41054	0,44635	0,48040	0,51256	0,54269	0,57068
TIME	34,50	34,75	35,00	35,25	35,50	35,75
IN	0,68453	0,63741	0,58777	0,53581	0,48174	0,42576
M11	0,54631	0,55100	0,55351	0,55385	0,55201	0,54800
M31	0,59642	0,61980	0,64074	0,65915	0,67496	0,68811
TIME	36,00	36,25	36,50	36,75	37,00	37,25
IN	0,36811	0,30900	0,24867	0,18736	0,12531	0,06277
M11	0,54183	0,53353	0,52313	0,51067	0,49621	0,47979
M31	0,69854	0,70621	0,71109	0,71317	0,71244	0,70889

Abb. 13: Reaktion auf eine Sinusschwingung
(Auszug aus der tabellarischen Auflistung)

Je größer die Frequenz der Eingangsschwingung, d. h. je kürzer ihre Periode, desto stärker ist die Filterwirkung des Delays, da der Quotient Delay/Period in Abb. 12 anwächst. Eingangssignale mit hoher Frequenz werden somit von dem Filter absorbiert, während Störungen mit langer Periode (oder niedriger Frequenz) ihn nahezu ungedämpft durchlaufen.

e) Rauschsignal

Die Filterwirkung von Delays verdeutlicht noch einmal Abbildung 14 für einen anderen Input. Die Eingangsgröße bildet dort ein Rauschsignal – eine Rechteckverteilung über den Bereich -0,5 bis +0,5 – dessen Störeinflüsse durch die Verzögerungsglieder nahezu vollständig kompensiert werden. Mit wachsender Verzögerungszeit nähern sich die Ausgangsgrößen der Delays einem konstanten Wert, der dem Mittelwert des Rauschsignals – das ist der Wert Null – entspricht.

Unterschiede zwischen den Systemantworten der einzelnen Delayfunktionen sind fast nicht zu erkennen. Dies illustriert, daß sehr kleine Frequenzen, wie bei einem Rauschsignal, nahezu unabhängig vom Ordnungsgrad und von der Länge der Verzögerungszeit geglättet bzw. gefiltert werden.

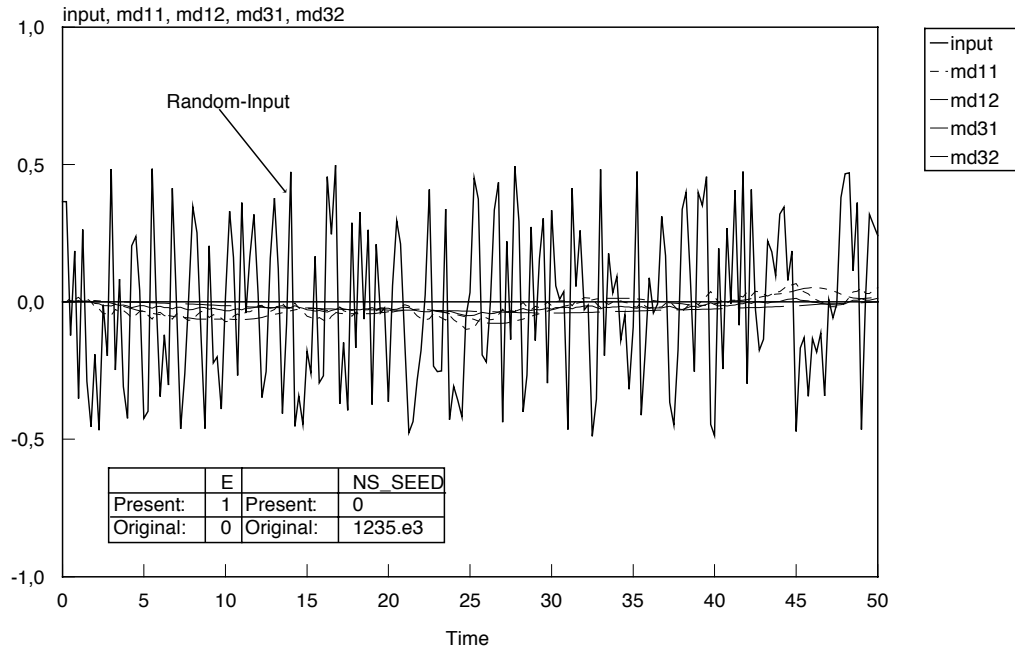


Abb. 14: Anpassung an ein Rauschsignal

In dem Lauf für Abbildung 14 wurde der Startwert des Zufallszahlengenerators für RANDOM so definiert, daß die Anfangswerte der delayinternen Levels dem Gleichgewichtswert entsprechen. Dadurch läßt sich ein ansonsten auftretendes Übergangsverhalten vermeiden.

3. Variation der Verzögerungszeiten

In den bisherigen Testläufen blieb die Verzögerungszeit stets konstant. Daraus resultierten für Material- und Informationsdelays identische Verhaltensweisen, die Kurvenwerte der entsprechenden Funktionen überlagerten sich. Werden bei gleichbleibendem Input (CONST = 1) die Verzögerungszeiten sprunghaft verändert – hier: um 50 % reduziert –, bleiben die Ausgangsgrößen der Informationsdelays unbeeinflusst, die der konservativen Materialdelays passen sich der neuen Parameterkonstellation an (Abbildung 15).

Die Reaktion von Materialdelays erster und dritter Ordnung ist in der Periode *unmittelbar nach* der Veränderung der Zeitkonstanten identisch; der Output für beide Ordnungsgrade nimmt zu diesem Zeitpunkt denselben Wert an. Dieser prima facie überraschende Sachverhalt folgt aus den Gleichgewichtsbedingungen des Levels.

Für die Funktion DELAY1 errechnet sich der Gleichgewichtswert gemäß dem Ergebnis von Gleichung (3) als $in \cdot DEL$, für DELAY3 gilt analog für jeden der drei internen Levels $in \cdot \frac{DEL}{3}$. Ist die Verzögerungszeit zum Zeitpunkt t das c -fache des Wertes zum Zeitpunkt $t-1$ – in dem hier betrachteten Fall also das 0,5-fache –, so lautet die Ausgangsgröße gemäß Gleichung (2)

$$\begin{aligned} out &= \frac{Level}{DEL} \\ &= \frac{in \cdot DEL_{t-1}}{DEL_t} \end{aligned}$$

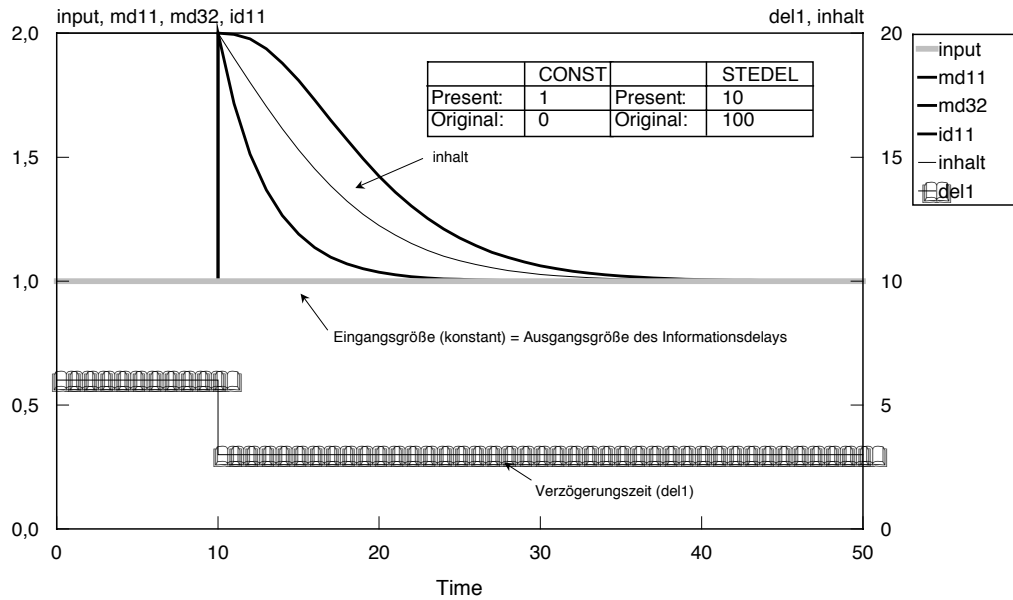


Abb. 15: Reduzierung der Verzögerungszeit bei konstantem Input

Da $DEL_t = c \cdot DEL_{t-1}$ ergibt sich für den Zeitpunkt unmittelbar nach der Variation der Verzögerungszeit

$$\begin{aligned} out &= \frac{in \cdot DEL_{t-1}}{c \cdot DEL_{t-1}} \\ &= \frac{in}{c} \end{aligned}$$

In dem hier gewählten Beispiel mit $c = 0,5$ ist dann

$$out = 2 \cdot in$$

Für einen DELAY3 errechnet sich der gleiche Wert, da die Zahl der internen Levels oder der Wert der Zeitkonstanten nicht mehr in der Gleichung auftreten. In den nachfolgenden Perioden verhalten sich die Materialdelays dann, als ob sie durch einen Impuls von ihrem Gleichgewichtswert abgelenkt worden wären.

Werden bei Delayfunktionen gleichzeitig sowohl die Eingangsgrößen als auch die Verzögerungszeiten modifiziert, oder sind beide Größen endogen bestimmte Systemvariable, so reagieren Informationsdelays nur auf Veränderungen der Inputgrößen; bei Materialde-

lays überlagern sich beide Anpassungsprozesse. Ein solches Verhalten kann leicht durch eine Kombination der hier dargestellten Simulationsläufe erzeugt werden.

IV. Verzögerungsglieder höherer Ordnung und diskrete Delays

Während die Differenzen in der Dynamik zwischen Delays erster und dritter Ordnung grundsätzlicher Natur sind, unterscheiden sich Verzögerungsglieder dritter und solche höherer (aber endlicher) Ordnung nur geringfügig. Abbildung 16 veranschaulicht dies exemplarisch für den Fall einer Impuls- (im oberen Teil der Abbildung) und einer Sprungfunktion (unten).

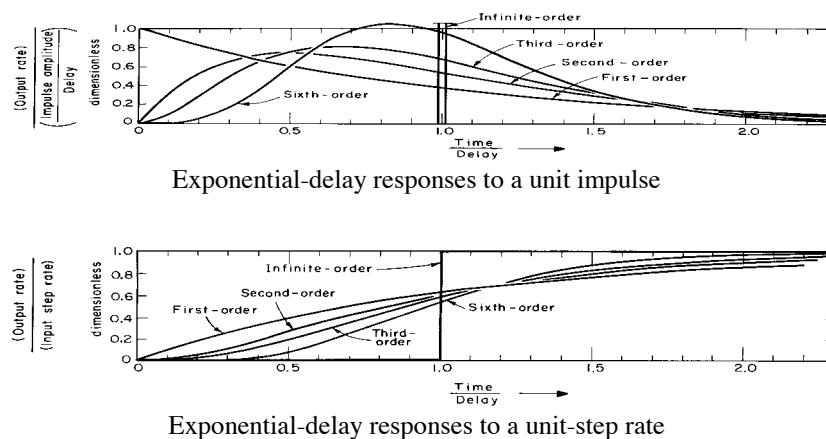


Abb. 16: Zeitverhalten von Delays verschiedener Ordnungsgrade⁷

Aus der Abbildung geht auch hervor, daß ein exponentielles Verzögerungsglied unendlicher Ordnung einem diskreten Delay entspricht. Die Unterscheidung in kontinuierliche und diskrete Delays kann somit auch unter das Kriterium Ordnungsgrad subsumiert werden. Geht der Ordnungsgrad gegen unendlich, werden aus kontinuierlichen diskrete Delays.

Für die Abbildung sozialer Systeme in kontinuierlichen Simulationsmodellen ist die Alternative zwischen Verzögerungsgliedern erster und dritter Ordnung in der ganz überwiegenden Zahl der Problemstellungen nicht nur ausreichend sondern angemessen.

Grundsätzlich gilt, daß Verhaltensweisen von Systemen *aus unternehmenspolitischer Perspektive* besser durch kontinuierliche Verfahren repräsentiert werden als durch diskrete. Viele Phänomene, die prima facie diskret erscheinen, haben de facto kontinuierliche oder annähernd kontinuierliche Abläufe. Bei der Analyse verschiedener Bestellpolitiken ist es

⁷ Entnommen aus Jay W. Forrester: Industrial Dynamics, S. 92.

z. B. irrelevant, wie lange ein ganz bestimmtes Erzeugnis auf Lager verbleibt. Von Bedeutung ist die gesamte Systemdynamik, nicht das Verhalten individueller Elemente.

Es sind jedoch Problemstellungen denkbar, bei denen es gilt, diskrete Verzögerungsprozesse abzubilden. Hierfür bietet Vensim drei Funktionen, die die Alternativen konstanter oder veränderlicher Verzögerungszeiten sowie die daraus resultierende Unterscheidung in konservative bzw. nicht-konservative Delays abdecken:

```
out = DELAY_FIXED(input, delay time, initial value)
out = DELAY_MATERIAL(input, delay time, initial value, missing value)
out = DELAY_INFORMATION(input, delay time, initial value).
```

Bei `DELAY_FIXED` wird die Eingangsgröße um eine konstante, während eines Simulationslaufs nicht veränderte Zeitspanne verzögert, die Unterscheidung in konservativ oder nicht-konservativ wird damit bei diesem Funktionstyp hinfällig. Der erste Output-Wert ist durch den als drittes Argument angegebenen Anfangswert definiert.

`DELAY_MATERIAL` verzögert als konservativer Delay die Inputrate eines physischen Flusses um eine eventuell variable delay time. Die Ausgangsgröße startet mit dem Wert `output = initial value`; stehen nach einer Verlängerung der Delayzeit nicht genügend verzögerte Werte zur Verfügung, wird der durch das Argument „missing value“ angegebene Betrag zum vorübergehenden Ergänzen des output verwendet. Diese Funktion eignet sich besonders, um Warteschlangen oder Fertigungsprozesse mit variierenden, häufig zufallsverteilten Durchlaufzeiten zu modellieren.

Ähnlich, jedoch nicht-konservierend, wirkt `DELAY_INFORMATION` bei der Verzögerung von Informationen; die nach einer Reduzierung von delay time für die Ermittlung der Ausgangsgröße überzähligen Werte werden vernachlässigt, bei anwachsender Verzögerungszeit werden zusätzliche Werte beibehalten.

Es sei nochmals betont, daß die Verwendung diskreter Delayfunktionen bei der Untersuchung unternehmenspolitischer Fragestellungen grundsätzlich nicht angebracht ist. Für diesen Problemhorizont empfiehlt sich in aller Regel eine kontinuierliche Sicht der Systemvariablen, die den Prozeß im gesamten – nicht das einzelne Ereignis – in den Mittelpunkt der Betrachtung rückt.